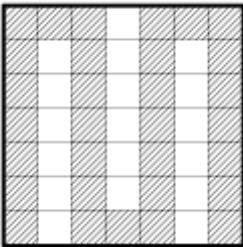
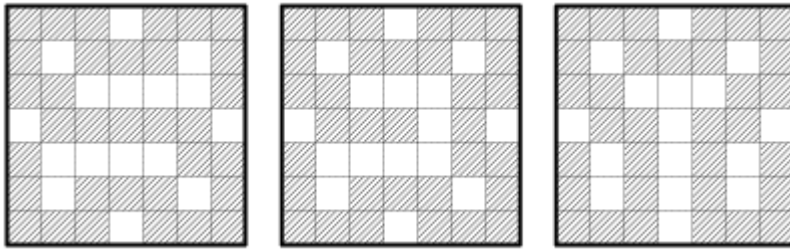


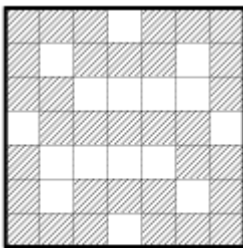
| 7 КЛАСС РЕШЕНИЯ |  |
|-----------------|--|
| 1               | <p>В 15-этажном доме имеется лифт с двумя кнопками: "+7" и "-9"(первая поднимает лифт на 7 этажей, вторая опускает на 9. Можно ли проехать с 3-го этажа на 12-й?</p>   |
| 1Р              | <p>Решение</p> <p><b>Первый способ.</b> С 3-го этажа за один "ход" можно попасть только на 10-й, оттуда – только на 1-й, потом – на 8-й, на 15-й, на 6-й, на 13-й, на 4-й, на 11-й, на 2-й и наконец на 9-й. А с 9-го этажа никуда проехать нельзя.</p> <p><b>Второй способ.</b> На 12-й этаж за один "ход" можно попасть только с 5-го, туда – только с 14-го, туда – только с 7-го. А на 7-й этаж проехать ниоткуда нельзя.</p> <p>Ответ</p> <p>Нельзя.</p>  |
| 2               | <p>На прямой отмечено несколько точек. После этого между любыми двумя соседними точками добавили по точке. Такую операцию повторили 3 раза, и в результате на прямой оказалось 65 точек. Сколько точек было вначале?</p>   |
| 2Р              | <p>Подсказка</p> <p>Если на прямой было <math>n</math> точек, то за одну операцию добавляется <math>n-1</math> точка.</p> <p>Решение</p> <p>Пусть вначале было <math>n</math> точек. За одну операцию добавляется <math>n-1</math> точка в <math>n-1</math> промежутков между соседними числами. Таким образом, после первой операции становится <math>2n-1</math> точек. Аналогично, после второй операции становится <math>(2n-1)+(2n-1)-1=4n-3</math> точек, и после третьей - <math>(4n-3)+(4n-3)-1=8n-7</math> точек. По условию <math>8n-7=65</math>, откуда <math>n=9</math>.</p> <p>Ответ</p> <p>9</p> |
| 3               | <p>Художник-авангардист Змий Клеточкин покрасил несколько клеток доски размером <math>7 \times 7</math>, соблюдая правило: каждая следующая закрашиваемая клетка должна соседствовать по стороне с предыдущей закрашенной клеткой, но не должна соседствовать ни с одной другой ранее закрашенной клеткой. Ему удалось покрасить 31 клетку.</p> <p>Побейте его рекорд — закрасьте а) 32 клетки; б) 33 клетки.</p>   |
| 3Р              | <p>Подсказка</p> <p>Не стремитесь закрасить целиком стороны, оставьте середины сторон незакрашенными.</p> <p>Решение</p> <p>а, б) Если мы умеем закрасивать 33 клетки, то 32 клетки можно закрасить, вовремя</p>   |

остановившись. Три примера, в которых закрашены 33 клетки, изображены на рисунке (на самом деле таких примеров гораздо больше). Больше 33 клеток закрасить нельзя — это проверено на компьютере.



Ответ

а, б) См. рисунок. Другие примеры приведены в решении.



К задаче 2002-6-4 б)

|    |   |
|----|---|
| 4  | <p>В банде 101 террорист. Все вместе они в вылазках ни разу не участвовали, а каждые двое встречались в вылазках ровно по разу.<br/>Докажите, что один из террористов участвовал не менее, чем в 11 различных вылазках.</p>   |
| 4Р | <p>Выберем террориста <math>A</math>. Пусть он участвовал не более чем в 10 вылазках. Тогда в этих вылазках участвовали все террористы. Всего их (без террориста <math>A</math>) 100, поэтому хотя бы в одной из вылазок (обозначим её через <math>Z</math>) участвовало не меньше 10 террористов, всего же в этой вылазке (вместе с <math>A</math>) участвовало не меньше 11 террористов. Выберем террориста <math>B</math>, не участвовавшего в вылазке <math>Z</math>. Он искомый, так как он участвовал в вылазках со всеми террористам и вылазки <math>Z</math>, причём все эти вылазки различны. Действительно, пусть <math>C</math> и <math>D</math> — террористы, участвовавшие в вылазке <math>Z</math>, а <math>Z''</math> — вылазка, в которой участвовали <math>B</math>, <math>C</math> и <math>D</math>. Тогда <math>C</math> и <math>D</math> участвовали в двух вылазках: <math>Z</math> и <math>Z''</math>, что противоречит условию задачи.</p> |
| 5  | <p>На некотором острове необычайно регулярный климат :<br/>по понедельникам и средам всегда идут дожди, по субботам - туман, зато в остальные дни - солнечно.<br/>Утром какого дня недели нужно начать свой отдых группе туристов, если они хотят пробыть там 44 дня и захватить при этом как можно больше солнечных дней?<br/>А - в понедельник; В - в среду; С - в четверг; D - в пятницу; Е - во вторник</p>   |
| 5Р | <p>Решение :</p> <p>Выясним, сколько полных недель в 44 днях.<br/>Получим 6 недель. В течении этих недель число солнечных дней не зависит от того, когда начнется отдых.<br/>В качестве оставшихся двух дней выбираем четверг и пятницу - солнечные дни.<br/>Следовательно, отправляем туристов утром в четверг.<br/>То есть верный ответ - (С).</p>  |
| 6  | <p>В стране Мульти-пульти выпущены в обращение банкноты в 43 сантика. Малыш и Карлсон, имея только такие банкноты, зашли в кафе. Карлсон заказал 5 стаканов газировки и 16 пирожков и заплатил за них без сдачи. Малыш заказал 3 стакана газировки и 1 пирожок. Докажите, что сколько бы ни стоили газировка и пирожки, Малыш тоже может расплатиться без сдачи (все цены в стране Мульти-Пульти - целые числа).</p>  |

|    |   |
|----|---|
| 6Р | <p>Решение :</p> <p>Пусть газировка стоит А сантиков, а пирожок В сантиков. Тогда <math>5A + 16B</math> делится на 43. Тогда и <math>15A + 48B</math> делится на 43, следовательно, <math>15A + 48B - 43B = 15A + 5B = 5(3A+B)</math> делится на 43. Так как 5 взаимно просто с 43, на 43 должен делиться второй множитель, то есть число <math>3A+B</math>. А это и есть сумма, которую должен заплатить Малыш.</p>  |
| 7  | <p>Две семьи выехали каждая на машине «Жигули» на прогулку одновременно из одного места. Обе семьи проехали на машинах одинаковые расстояния и вернулись домой в одно и то же время.</p> <p>В пути они отдыхали.</p> <p>Первая семья была в пути в двое больше времени, чем вторая.</p> <p>Вторая была в пути втрое больше времени. Чем отдыхала первая.</p> <p>Какая из этих семей двигалась на машине быстрее ?</p>   |
| 7Р | <p>Ответ:</p> <p>1-я семья: <math>2x</math> часов - время на езду, <math>y</math> часов - время на отдых.</p> <p>2-я семья: <math>3y</math> часов - время на езду, <math>x</math> часов - время на отдых <math>2x + y = 3y + x; x = 2y</math>.</p> <p>Вторая семья отдыхала в два раза больше, чем первая следовательно, она ехала быстрее первой.</p> <p>нельзя — это проверено на компьютере.</p> <p>Ответ</p> <p>а, б) См. рисунок. Другие примеры приведены в решении.</p>  |
| 8  | <p>У Чебурашки есть набор из 36 камней массами 1 г, 2 г, ..., 36 г, а у Шапокляк есть суперклей, одной каплей которого можно склеить два камня в один (соответственно, можно склеить 3 камня двумя каплями и так далее). Шапокляк хочет склеить камни так, чтобы Чебурашка не смог из получившегося набора выбрать один или несколько камней общей массой 37 г. Какого наименьшего количества капель клея ей хватит, чтобы осуществить задуманное?</p>  |
| 8Р | <p>Решение</p> <p><i>Пример.</i> Склеив попарно камни с массами 1 и 18, 2 и 17, ..., 9 и 10, Шапокляк получит набор, в котором каждый камень весит от 19 до 36 г, поэтому одного камня Чебурашке будет мало, а двух – уже много.</p> <p><i>Другой способ.</i> Склеив попарно все камни с нечётными массами, Шапокляк получит набор, в котором все камни будут иметь чётные массы, и составить нечётную массу Чебурашка не сможет.</p> <p><i>Оценка.</i> Если Шапокляк использует только 8 капель, то в склейках будут участвовать не больше 16 исходных камней. Поэтому хотя бы одна из 18 пар <math>\{1, 36\}, \{2, 35\}, \dots, \{18, 19\}</math> окажется "нетронутой", и Чебурашка сможет выбрать ее.</p> <p>Ответ</p> <p>9 капель.</p> |