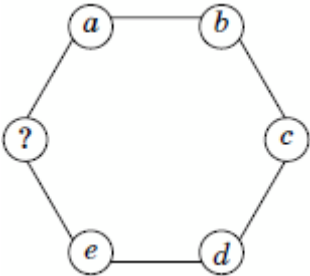
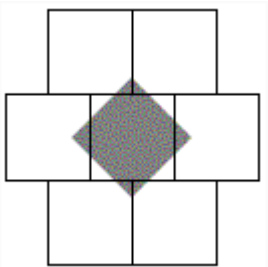


8 КЛАСС РЕШЕНИЯ	
1	<p>В банде 101 террорист. Все вместе они в вылазках ни разу не участвовали, а каждые двое встречались в вылазках ровно по разу. Докажите, что один из террористов участвовал не менее, чем в 11 различных вылазках.</p>
1P	<p>Выберем террориста A. Пусть он участвовал не более чем в 10 вылазках. Тогда в этих вылазках участвовали все террористы. Всего их (без террориста A) 100, поэтому хотя бы в одной из вылазок (обозначим её через Z) участвовало не меньше 10 террористов, всего же в этой вылазке (вместе с A) участвовало не меньше 11 террористов. Выберем террориста B, не участвовавшего в вылазке Z. Он искомым, так как он участвовал в вылазках со всеми террористами и вылазки Z, причём все эти вылазки различны. Действительно, пусть C и D — террористы, участвовавшие в вылазке Z, а Z' — вылазка, в которой участвовали B, C и D. Тогда C и D участвовали в двух вылазках: Z и Z', что противоречит условию задачи.</p>
2	<p>Шесть кружков последовательно соединили отрезками. На каждом отрезке записали некоторое число, а в каждом кружке – сумму двух чисел, записанных на входящих в него отрезках. После этого стёрли все числа на отрезках и в одном из кружков (см. рис.). Можно ли найти число, стёртое в кружке?</p> 
2P	<p>Решение</p> <p>Раскрасим кружки, чередуя два цвета, белый и чёрный. Тогда каждый отрезок войдет по одному разу в кружок каждого цвета, поэтому сумма чисел в белых кружках будет равна сумме чисел в черных кружках (каждая из них равна сумме всех чисел, которые были записаны на отрезках). Отсюда ясно, что стёртое число равно $a + c + e - b - d$.</p> <p>Ответ</p> <p>Можно.</p>
3	<p>На плоскости нарисован чёрный квадрат. Имеется семь квадратных плиток того же размера. Нужно положить их на плоскость так, чтобы они не перекрывались и чтобы каждая плитка покрывала хотя бы часть чёрного квадрата (хотя бы одну точку внутри него). Как это сделать?</p>
3P	<p>Решение</p> <p>На рисунке приведён пример искомого расположения чёрного квадрата и семи плиток.</p> 
4	<p>Из набора домино выбросили все кости с "пустышками".</p>

	Можно ли оставшиеся кости выложить в ряд?
4Р	<p>Решение</p> <p>Докажем это от противного. Пусть такая цепь имеется.</p> <p>Тогда одно из чисел 1, 2, 3 не встречается на концах. Пусть это число 3. Тогда внутри цепи троек четное количество (они разбиваются на пары по правилу складывания цепи).</p> <p>Но всего троек после выкидывания костей с пустышками осталось семь.</p> <p>Противоречие</p>
5	<p>Сосуд имеет форму прямоугольного параллелепипеда. Как, не делая никаких измерений и не имея других емкостей, наполнить водой ровно половину объема этого сосуда ?</p> <p>Ответ:</p> <p>Наклонить параллелепипед так, чтобы уровень воды находился по диагональному сечению параллелепипеда.</p>
5Р	<p>Ответ:</p> <p>Наклонить параллелепипед так, чтобы уровень воды находился по диагональному сечению параллелепипеда.</p>
6	<p>Окружность касается квадрата извне и «катится» по нему без скольжения. Сколько полных оборотов сделает эта окружность около своего центра и какой путь пройдет центр окружности к моменту возвращения в исходную точку, если длина стороны квадрата равна длине окружности и радиус окружности равен a см ?</p>
6Р	<p>В случае квадрата каждая точка окружности сделает 4 оборота около своего центра. Центр окружности сделает четверть оборота около каждой вершины квадрата. За один обход центр окружности совершает путь, равный $5 \cdot 2\pi a$ см.</p>
7	<p>Остап Бендер поставил новые покрышки на автомобиль «Антилопа Гну». Известно, что передние покрышки автомобиля выходят из строя через 25000 км, а задние - через 15000 км (спереди и сзади покрышки одинаковые, но задние изнашиваются сильнее). Через сколько километров Остап Бендер должен поменять эти покрышки местами, чтобы «Антилопа Гну» прошла максимально возможное расстояние? Чему равно это расстояние?</p>
7Р	<p>Ответ :Сменить покрышки надо через 9375 км, тогда можно проехать 18750 км.</p> <p>Решение :</p> <p>Пусть Остап Бендер менял покрышки местами через x километров. Тогда задние покрышки отработали $[x/15000]$ своего ресурса, а передние $[x/25000]$. После замены они смогут проработать еще $25000(1-[x/15000])$ и $15000(1-[x/25000])$ километров соответственно. Таким образом, всего можно проехать не более $x + 25000(1-[x/15000]) = 25000 - \frac{2}{3}x$ и не более $x + 15000(1-[x/25000]) = 15000 + \frac{2}{5}x$. Максимальное расстояние можно проехать если эти выражения равны (иначе либо первые, либо вторые покрышки выйдут из строя раньше, ведь когда первое выражение растет, то второе уменьшается и наоборот). Таким образом, $25000 - \frac{2}{3}x = 15000 + \frac{2}{5}x$, откуда $10000 = [16/15]x$, или $x = 9375$.</p>
8	<p>Электронный секундомер показывает время от 0.00.00 до 9.59.59. Его включили, и он проработал 10 часов подряд. Сколько времени на его табло горели числа с суммой цифр, большей 18?</p>
8Р	<p>Ответ: 5 часов. Решение. Сопоставим каждой секунде от 0.00.00 до 9.59.59 «симметричную», которая получится, если заменить все её цифры их дополнениями до 9 для первой, третьей и пятой цифр и до 5 — для второй и четвёртой. Легко видеть, что все эти секунды разбиваются на пары «симметричных» (например, 2.03.18 и 7.56.41), причём в каждой паре у одного из двух чисел пары сумма цифр больше 18, а у другого — меньше (потому что сумма всех цифр чисел каждой пары равна $9+5+9+5+9 = 37$). Таким образом, секунд с суммой цифр, большей 18, — ровно половина, откуда и получается ответ.</p>